

Министерство просвещения РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Глазовский государственный инженерно-педагогический университет  
имени В.Г. Короленко»

Утверждена  
на заседании ученого совета университета

«21» апреля 2025 г. протокол № 9  
Приказ № 45 от 21 апреля 2025 г.

Ректор Я.А. Чиговская-Назарова

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Уровень основной профессиональной образовательной программы	Бакалавриат
Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль)	Математика и Дополнительное образование (Физико-технологическое образование)
Форма обучения	Очная
Семестр(ы)	2, 3, 4

Глазов 2025

## 1. Цель и задачи изучения дисциплины

### 1.1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины: формирование у обучающихся теоретических знаний и практических умений и навыков в предметной области при решении профессиональных задач в области математического анализа; формирование способности осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач, формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.

#### Задачи изучения дисциплины:

- сформировать у обучающихся представления об основных понятиях математического анализа;
- сформировать навыки комплексного поиска, анализа и систематизации информации по проблемам в области математического анализа с использованием различных источников, научной и учебной литературы, информационных баз данных, умение выражать собственные мнения и суждения и аргументировать свою позицию;
- сформировать умение объяснять (интерпретировать) содержание, сущность, закономерности, особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области «Математический анализ»;
- сформировать навык применения в практической деятельности специальных знаний в области математического анализа;
- выработать навыки решения основных типов задач по математическому анализу;
- сформировать умения формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными индикаторами достижения компетенций

Код компетенции	УК-1
Формулировка компетенции	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
Индикатор достижения компетенции	ИУК 1.1 Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение ИУК 1.2 Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности ИУК 1.3 Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений

Код компетенции	ПК-1
Формулировка компетенции	Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач
Индикатор	ИПК 1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы

достижения компетенции	предметной области (преподаваемого предмета) ИПК 1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ИПК 1.3 Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные
------------------------	---

Код компетенции	ПК-3
Формулировка компетенции	Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов
Индикатор достижения компетенции	ИПК 3.1 Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.) ИПК 3.2 Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности

### 1.3. Воспитательная работа

Направления воспитательной работы	Типы задач	Формы работы
формирование у обучающихся осознания социальной значимости своей будущей профессии, мотивации к осуществлению профессиональной деятельности	педагогический методический сопровождения	участие обучающихся в образовательных интенсивах, как в профессионально ориентированной, так и в социально значимой деятельности
научно-исследовательская работа обучающихся		исследовательская деятельность студентов (публикация статей, выступление с докладом)

### 1.4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части учебного плана.

Для освоения дисциплины используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предмета «Математика» на предыдущем уровне образования. Дисциплина «Математический анализ», наряду с дисциплинами «Алгебра и теория чисел» и «Геометрия», является фундаментом высшего математического образования. Знания и умения, формируемые в процессе изучения дисциплины «Математический анализ», будут использоваться в дальнейшем при освоении таких дисциплин, как «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дифференциальные уравнения», «Числовые системы», «Методика обучения математике», «Школьные математические задачи повышенной трудности и задачи ЕГЭ».

### 1.5. Особенности реализации дисциплины

Дисциплина реализуется на русском языке.

## 2. Объем дисциплины

Вид учебной работы по семестрам	Всего, зачетных единиц	Академ. часы	Из них в форме практической подготовки
Общая трудоемкость дисциплины	11	396	
<b>СЕМЕСТР 2</b>			
Контактная работа с преподавателем:			
Аудиторные занятия (всего)		54	
Занятия лекционного типа		16	
Лабораторные работы		-	
Занятия семинарского типа		-	
Практические занятия		32	
КСР		6	
Самостоятельная работа обучающихся		54	
Вид промежуточной аттестации: Зачет с оценкой		0	
<b>СЕМЕСТР 3</b>			
Контактная работа с преподавателем:			
Аудиторные занятия (всего)		54	
Занятия лекционного типа		18	
Лабораторные работы		-	
Занятия семинарского типа		-	
Практические занятия		32	
КСР		4	
Самостоятельная работа обучающихся		54	
Вид промежуточной аттестации: Зачет		0	
<b>СЕМЕСТР 4</b>			
Контактная работа с преподавателем:			
Аудиторные занятия (всего)		72	
Занятия лекционного типа		32	
Лабораторные работы		-	
Занятия семинарского типа		-	
Практические занятия		32	
КСР		8	
Самостоятельная работа обучающихся		72	
Вид промежуточной аттестации: Экзамен		36	

### 3. Содержание дисциплины

#### 3.1. Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

Разделы и темы дисциплины Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в академических часах)
--------------------------------------	---

	всего	ауд	лекц	практ	КСР	СРС
<b>2 семестр</b>						
<b>I. Введение в анализ</b>						
1. Действительные числа	8	4	2	2		4
2. Функции	12	6	2	2	2	6
3. Пределы	32	16	4	12		16
4. Непрерывность	16	8	2	4	2	8
<b>II. Дифференциальное исчисление функций одной переменной</b>						
1. Производная и дифференцируемость	28	14	4	8	2	14
2. Дифференциал функции	12	6	2	4		6
Зачет с оценкой						
Итого по семестру	108	54	16	32	6	54
<b>3 семестр</b>						
<b>III. Интегральное исчисление функций одной переменной</b>						
1. Основные свойства дифференцируемых функций и их применение	36	18	6	10	2	18
2. Неопределённый интеграл	52	26	8	16	2	26
3. Определённый интеграл	20	10	4	6		10
Зачет						
Итого по семестру	108	54	18	32	4	54
<b>4 семестр</b>						
4. Приложения определенного интеграла	24	12	4	6	2	12
5. Несобственные интегралы	10	4	2	2		6
<b>IV. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</b>						
1. Функции нескольких переменных	6	4	2	2		2
2. Дифференцируемые функции нескольких переменных	16	8	4	4		8
<b>V. Интегральное исчисление функций нескольких переменных</b>						
1. Двойные интегралы	16	8	4	4		8
2. Приложения кратных интегралов	12	6	2	2	2	6
<b>VI. Ряды</b>						
1. Числовые ряды	32	16	8	6	2	16
2. Функциональные ряды. Степенные ряды. Ряд Тейлора	28	14	6	6	2	14
Экзамен	36					
Итого по семестру	180	72	32	32	8	72
Всего	396	180	66	96	18	180

### 3.2. Занятия лекционного типа

#### СЕМЕСТР 2

Лекция 1.

Тема: Действительные числа.

Краткая аннотация к лекции. Множество действительных чисел. Числовая ось. Абсолютная величина. Ограниченные и неограниченные множества.

Лекция 2.

Тема: Функции.

Краткая аннотация к лекции. Общее понятие функции. Числовые функции. Область определения. Способы задания функций. Классификация функций по их свойствам. Основные элементарные функции. Понятие элементарной функции. Классификация элементарных функций.

### Лекция 3.

Тема: Пределы.

Краткая аннотация к лекции. Предельные точки. Окрестности точек. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Свойства функций, имеющих предел. Предельный переход в неравенствах. Бесконечно малые функции. Теоремы о пределах.

### Лекция 4.

Тема: Пределы.

Краткая аннотация к лекции. Бесконечно большие функции и их связь с бесконечно малыми. Первый замечательный предел. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Неопределённые выражения. Последовательность и её предел. Предел ограниченной монотонной последовательности. Определение экспоненты. Второй замечательный предел. Односторонние пределы.

### Лекция 5.

Тема: Непрерывность.

Краткая аннотация к лекции. Непрерывность функции в точке. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции. Точки разрыва. Существование и непрерывность обратной функции. Непрерывность монотонной функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

### Лекция 6.

Тема: Производная и дифференцируемость.

Краткая аннотация к лекции. Задачи, приводящие к понятию производной. Понятие производной. Дифференцируемость и производная. Дифференцируемость и непрерывность. Касательная и нормаль. Правила дифференцирования.

### Лекция 7.

Тема: Производная и дифференцируемость.

Краткая аннотация к лекции. Дифференцирование сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Таблица производных. Логарифмическое дифференцирование. Особые случаи дифференцирования. Производные высших порядков. Механический смысл второй производной.

### Лекция 8.

Тема: Дифференциал функции.

Краткая аннотация к лекции. Понятие дифференциала, его геометрический и механический смысл. Дифференциал суммы, произведения, частного. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы дифференциала. Дифференциалы высших порядков.

## СЕМЕСТР 3

### Лекция 1.

Тема: Основные свойства дифференцируемых функций и их применение.

Краткая аннотация к лекции. Теорема Ферма и её применение. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа и её применение к исследованию функций на монотонность.

Экстремумы.

Лекция 2.

Тема: Основные свойства дифференцируемых функций и их применение.

Краткая аннотация к лекции. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Теорема Коши. Правило Лопиталя.

Лекция 3.

Тема: Основные свойства дифференцируемых функций и их применение.

Краткая аннотация к лекции. Асимптоты. Полное исследование функций и построение графиков.

Лекция 4.

Тема: Неопределённый интеграл.

Краткая аннотация к лекции. Первообразная функция и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла. Таблица основных интегралов. Интегрирование по частям и замена переменной.

Лекция 5.

Тема: Неопределённый интеграл.

Краткая аннотация к лекции. Интегрирование рациональных функций.

Лекция 6.

Тема: Неопределённый интеграл.

Краткая аннотация к лекции. Интегрирование тригонометрических функций.

Лекция 7.

Тема: Неопределённый интеграл.

Краткая аннотация к лекции. Приёмы интегрирования иррациональных функций.

Лекция 8.

Тема: Определённый интеграл.

Краткая аннотация к лекции. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Понятие определённого интеграла. Необходимое и достаточное условия интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции. Интегрируемость монотонной ограниченной функции.

Лекция 9.

Тема: Определённый интеграл.

Краткая аннотация к лекции. Основные свойства определённого интеграла. Определённый интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определённом интеграле.

#### СЕМЕСТР 4

Лекция 1.

Тема: Приложения определённого интеграла.

Краткая аннотация к лекции. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длины дуги.

Лекция 2.

Тема: Приложения определённого интеграла.

Краткая аннотация к лекции. Вычисление объёмов тел по площадям поперечных

сечений. Объем тела вращения. Площадь поверхности вращения.

### Лекция 3.

Тема: Несобственные интегралы.

Краткая аннотация к лекции. Несобственные интегралы первого рода – интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Несобственные интегралы второго рода – интегралы от неограниченных функций.

### Лекция 4.

Тема: Функции нескольких переменных.

Краткая аннотация к лекции. Понятие функции нескольких переменных. График функции двух переменных. Линии уровня. Предел и непрерывность.

### Лекция 5.

Тема: Дифференцируемые функции нескольких переменных.

Краткая аннотация к лекции. Частные производные. Дифференцируемость и дифференциал. Достаточные условия дифференцируемости функции. Непрерывность дифференцируемой функции.

### Лекция 6.

Тема: Дифференцируемые функции нескольких переменных.

Краткая аннотация к лекции. Касательная плоскость и нормаль. Дифференцирование сложной функции. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Экстремумы функций нескольких переменных.

### Лекция 7.

Тема: Двойные интегралы.

Краткая аннотация к лекции. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла. Условия интегрируемости.

### Лекция 8.

Тема: Двойные интегралы.

Краткая аннотация к лекции. Основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойных интегралов повторным интегрированием.

### Лекция 9.

Тема: Приложения кратных интегралов.

Краткая аннотация к лекции. Некоторые приложения кратных интегралов в геометрии и физике.

### Лекция 10.

Тема: Числовые ряды.

Краткая аннотация к лекции. Понятие числового ряда. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Сложение рядов и умножение ряда на число.

### Лекция 11.

Тема: Числовые ряды.

Краткая аннотация к лекции. Остаток ряда. Критерий Коши для сходимости последовательности. Критерий Коши для рядов. Положительные ряды. Необходимое и достаточное условия сходимости рядов с положительными членами.



Лекция 12.

Тема: Числовые ряды.

Краткая аннотация к лекции. Признаки сравнения рядов. Признаки Коши и Даламбера. Интегральный признак. Знакопередающие ряды. Признак Лейбница.

Лекция 13.

Тема: Числовые ряды.

Краткая аннотация к лекции. Оценка остаточного члена знакопередающегося ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

Лекция 14.

Тема: Функциональные ряды.

Краткая аннотация к лекции. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сумма функционального ряда. Область сходимости. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.

Лекция 15.

Тема: Степенные ряды.

Краткая аннотация к лекции. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенных рядов. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.

Лекция 16.

Тема: Ряд Тейлора.

Краткая аннотация к лекции. Задача разложения функции в степенной ряд. Теорема единственности. Необходимое и достаточное условия разложения функции в ряд Тейлора. Ряд Маклорена. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена. Некоторые приложения степенных рядов.

### **3.3. Занятия семинарского типа**

Учебным планом не предусмотрены.

### **3.4. Практические занятия**

#### **СЕМЕСТР 2**

Практическое занятие 1.

Тема: Действительные числа.

Решение задач на применение определения и свойств модуля действительного числа.

Практическое занятие 2.

Тема: Функции.

Решение задач на определение функции, нахождение области определения функции, на монотонность, ограниченность, чётность, нечётность и периодичность функций.

Практическое занятие 3.

Тема: Пределы.

Решение задач на вычисление пределов функций простейшими методами.

Практическое занятие 4.

Тема: Пределы.

$\frac{0}{0}$ .

Решение задач на вычисление пределов, раскрытие неопределённостей  $\frac{\infty}{\infty}$ ,  $\infty - \infty$  и

Практическое занятие 5.

Тема: Пределы.

Решение задач на вычисление пределов, применение первого замечательного предела и эквивалентных бесконечно малых для раскрытия неопределённости  $\frac{0}{0}$ .

Практическое занятие 6.

Тема: Пределы.

Решение задач на вычисление пределов, применение второго замечательного предела к раскрытию неопределённости  $1^\infty$ .

Практическое занятие 7.

Тема: Пределы.

Решение смешанных задач на вычисление пределов.

Практическое занятие 8.

Тема: Пределы.

Решение задач на вычисление односторонних пределов.

Практическое занятие 9.

Тема: Непрерывность.

Решение задач на исследование функций на непрерывность, нахождение точек разрыва и определение их характера.

Практическое занятие 10.

Тема: Непрерывность.

Решение задач на применение свойств непрерывных функций.

Практическое занятие 11.

Тема: Производная и дифференцируемость.

Решение задач на правила и формулы дифференцирования.

Практическое занятие 12.

Тема: Производная и дифференцируемость.

Решение задач на логарифмическое дифференцирование, дифференцирование показательно-степенных функций.

Практическое занятие 13.

Тема: Производная и дифференцируемость.

Решение задач на геометрический и механический смысл производной.

Практическое занятие 14.

Тема: Производная и дифференцируемость.

Решение задач на вычисление производных высших порядков.

Практическое занятие 15.

Тема: Дифференциал функции.

Решение задач на нахождение дифференциала функции.

Практическое занятие 16.

Тема: Дифференциал функции.

Решение задач на применение дифференциала к приближённым вычислениям.

### СЕМЕСТР 3

Практическое занятие 1.

Тема: Основные свойства дифференцируемых функций и их применение.

Решение задач на применение теоремы Ферма к нахождению наибольшего и наименьшего значений функции.

Практическое занятие 2.

Тема: Основные свойства дифференцируемых функций и их применение.

Решение задач на исследование функции на монотонность и экстремумы, исследование графика функции на выпуклость, вогнутость и точки перегиба.

Практическое занятие 3.

Тема: Основные свойства дифференцируемых функций и их применение.

Решение задач на раскрытие неопределённостей с помощью правила Лопиталья, нахождение асимптот графиков функций.

Практическое занятие 4.

Тема: Основные свойства дифференцируемых функций и их применение.

Решение задач на полное исследование функций и построение их графиков.

Практическое занятие 5.

Тема: Основные свойства дифференцируемых функций и их применение.

Решение задач на полное исследование функций и построение их графиков.

Практическое занятие 6.

Тема: Неопределённый интеграл.

Решение задач на вычисление неопределённых интегралов с помощью простейших приёмов.

Практическое занятие 7.

Тема: Неопределённый интеграл.

Решение задач на вычисление неопределённых интегралов с помощью простейших приёмов.

Практическое занятие 8.

Тема: Неопределённый интеграл.

Решение задач на вычисление неопределённых интегралов с помощью интегрирования по частям и замены переменной.

Практическое занятие 9.

Тема: Неопределённый интеграл.

Решение задач на вычисление неопределённых интегралов с помощью интегрирования по частям и замены переменной.

Практическое занятие 10.

Тема: Неопределённый интеграл.

Решение задач на вычисление неопределённых интегралов от рациональных

функций.

Практическое занятие 11.

Тема: Неопределённый интеграл.

Решение задач на вычисление неопределённых интегралов от тригонометрических функций.

Практическое занятие 12.

Тема: Неопределённый интеграл.

Решение задач на некоторые приёмы интегрирования иррациональных функций.

Практическое занятие 13.

Тема: Неопределённый интеграл.

Решение смешанных задач на интегрирования функций.

Практическое занятие 14.

Тема: Определённый интеграл.

Решение задач на вычисление определённых интегралов, формулу Ньютона-Лейбница.

Практическое занятие 15.

Тема: Определённый интеграл.

Решение задач на вычисление определённых интегралов, замену переменной.

Практическое занятие 16.

Тема: Определённый интеграл.

Решение задач на вычисление определённых интегралов, интегрирование по частям.

#### СЕМЕСТР 4

Практическое занятие 1.

Тема: Приложения определённого интеграла.

Решение задач на вычисление площадей плоских фигур.

Практическое занятие 2.

Тема: Приложения определённого интеграла.

Решение задач на вычисление площадей плоских фигур, длины дуги.

Практическое занятие 3.

Тема: Приложения определённого интеграла.

Решение задач на вычисление объёмов тел вращения и площади поверхности вращения.

Практическое занятие 4.

Тема: Несобственные интегралы.

Решение задач на вычисление несобственных интегралов или установление их расходимости.

Практическое занятие 5.

Тема: Функции нескольких переменных.

Решение задач на нахождение области определения, пределов, установление непрерывности функций нескольких переменных.

Практическое занятие 6.

Тема: Дифференцируемые функции нескольких переменных.

Решение задач на нахождение частных производных, на нахождение полного дифференциала и его применение.

Практическое занятие 7.

Тема: Дифференцируемые функции нескольких переменных.

Решение задач на нахождение частных производных и дифференциалов высших порядков, нахождение экстремумов.

Практическое занятие 8.

Тема: Двойные интегралы.

Решение задач на вычисление двойных интегралов.

Практическое занятие 9.

Тема: Двойные интегралы.

Решение задач на вычисление двойных интегралов.

Практическое занятие 10.

Тема: Приложения кратных интегралов.

Решение задач на приложения кратных интегралов в геометрии и физике.

Практическое занятие 11.

Тема: Числовые ряды

Решение задач на основные понятия теории числовых рядов, на сходимость положительных рядов.

Практическое занятие 12.

Тема: Числовые ряды

Решение задач на сходимость положительных рядов.

Практическое занятие 13.

Тема: Числовые ряды

Решение задач на сходимость знакочередующихся рядов, признак Лейбница, на абсолютную и условную сходимость числовых рядов.

Практическое занятие 14.

Тема: Степенные ряды.

Решение задач на нахождение радиуса, интервала и области сходимости степенного ряда, на свойства степенных рядов, нахождение их суммы.

Практическое занятие 15.

Тема: Степенные ряды.

Решение задач на нахождение радиуса, интервала и области сходимости степенного ряда, на свойства степенных рядов, нахождение их суммы.

Практическое занятие 16.

Тема: Ряд Тейлора.

Решение задач на разложение элементарных функций в ряды Тейлора, некоторые приложения степенных рядов.

### **3.5. Лабораторные работы**

Учебным планом не предусмотрены.

### **3.6. Контроль самостоятельной работы**

#### **СЕМЕСТР 2**

Контроль самостоятельной работы 1.

Тема: Функции.

Устный опрос по теме «Основные элементарные функции» и проверка решения задач по теме «Классификация функций по их свойствам».

Контроль самостоятельной работы 2.

Тема: Непрерывность.

Устный опрос и проверка решения задач по теме «Непрерывность».

Контроль самостоятельной работы 3.

Тема: Производная и дифференцируемость.

Устный опрос по теме «Производная и дифференцируемость», проверка решения задач на вычисление производных функций.

#### **СЕМЕСТР 3**

Контроль самостоятельной работы 1.

Тема: Основные свойства дифференцируемых функций и их применение.

Проверка решения задач на исследование функций и построение их графиков.

Контроль самостоятельной работы 2.

Тема: Неопределённый интеграл.

Проверка решения задач на вычисление неопределённых интегралов.

#### **СЕМЕСТР 4**

Контроль самостоятельной работы 1.

Тема: Приложения определенного интеграла.

Устный опрос и проверка решения задач по теме «Приложения определенного интеграла».

Контроль самостоятельной работы 2.

Тема: Приложения кратных интегралов.

Проверка решения задач на приложения кратных интегралов в геометрии и физике.

Контроль самостоятельной работы 3.

Тема: Числовые ряды.

Устный опрос и проверка решения задач по теме «Числовые ряды».

Контроль самостоятельной работы 4.

Тема: Степенные ряды. Ряд Тейлора.

Устный опрос и проверка решения задач по теме «Степенные ряды. Ряд Тейлора».

### **3.7. Самостоятельная работа студентов**

Рекомендуемые формы самостоятельной работы студентов: закрепление материала по конспекту лекции, подготовка к практическим занятиям, подготовка презентаций к докладам, подготовка к различным формам промежуточной и итоговой аттестации.

## 4. Фонд оценочных средств

ФОС включает оценочные средства текущего, промежуточного и поститогового контроля (Приложение 1).

## 5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

### 5.1. Основная литература

1. Баврин, И.И. Высшая математика для педагогических направлений: учебник для вузов / И.И. Баврин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 568 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12889-5. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560215> (дата обращения: 03.03.2025).

2. Быкова, О.Н. Математический анализ. Ч.1: учебное пособие / О.Н. Быкова, С.Ю. Колягин. — 2-е изд. — Москва: Московский педагогический государственный университет, 2024. — 120 с. — ISBN 978-5-4263-0391-1. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/145687.html> (дата обращения: 03.03.2025). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Гусак, А.А. Математический анализ и дифференциальное уравнение. Примеры и задачи: учебное пособие / А.А. Гусак. — Минск: ТетраСистемс, 2011. — 415 с. — ISBN 978-985-536-228-0. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/28122.html> (дата обращения: 03.03.2025). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

### 5.2. Дополнительная литература

1. Бегматов, А.Х. Математический анализ. В 2 частях. Ч.1. Функции одной переменной: учебное пособие / А.Х. Бегматов. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2016. — 152 с. — ISBN 978-5-7782-2927-3 (ч. 1), 978-5-7782-2926-6. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/91392.html> (дата обращения: 03.03.2025). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Рябушко, А.П. Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: учебное пособие / А.П. Рябушко, Т. А. Жур. — 2-е изд. — Минск: Вышэйшая школа, 2017. — 304 с. — ISBN 978-985-06-2884-8 (ч. 1), 978-985-06-2885-5. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/90754.html> (дата обращения: 03.03.2025). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Рябушко, А.П. Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.2. Комплексные числа. Неопределенный и определенный интегралы. Функции нескольких переменных: учебное пособие / А.П. Рябушко, Т. А. Жур. — Минск: Вышэйшая школа, 2016. — 272 с. — ISBN 978-985-06-2766-7 (ч. 2), 978-985-06-2764-3. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/90755.html> (дата обращения: 03.03.2025). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

4. Рябушко, А.П. Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.3. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы: учебное пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Минск: Вышэйшая школа, 2017. — 320 с. — ISBN 978-985-06-2798-8 (ч. 3), 978-985-06-2764-3. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL:

<https://www.iprbookshop.ru/90756.html> (дата обращения: 03.03.2025). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

### **6.1 Перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. <https://www.mathedu.ru/> «Математическое образование» — электронная библиотека по математике и вопросам ее преподавания.

2. <https://www.intuit.ru/studies/courses/11483/1139/info> — курс лекций Ардашировой Е. Математический анализ – 1.

3. <https://www.intuit.ru/studies/courses/12031/1163/info> — курс лекций Ардашировой Е. Математический анализ – 2.

4. <http://www.math.ru/> Сайт для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. На сайте: книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни учёных.

### **6.2. Перечень необходимых профессиональных баз данных и информационных справочных систем**

Электронная библиотечная система «IPR SMART». Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>

Электронная библиотечная система «Юрайт». Режим доступа: <https://urait.ru>

Электронно-библиотечная система «Лань» (раздел «Сетевая электронная библиотека педагогических вузов»). Режим доступа: <https://e.lanbook.com>

Электронно-библиотечная система «Рукоонт». Режим доступа: <https://lib.rucont.ru/search>

Межвузовская электронная библиотека. Режим доступа: <https://icdlib.nspu.ru/>

Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/defaultx.asp>

Национальная электронная детская библиотека. Режим доступа: <https://arch.rgdb.ru/xmlui/>

Национальная электронная библиотека. Режим доступа: <https://rusneb.ru>

Президентская библиотека имени Б.Н. Ельцина. Режим доступа: <https://www.prilib.ru>

Polpred.com Обзор СМИ. Режим доступа: <https://polpred.com>

## **7. Методические указания и учебно-методическое обеспечение для обучающихся по освоению дисциплины**



Дисциплина реализуется в соответствии с указаниями «Методические рекомендации по организации образовательного процесса при освоении дисциплины», размещенными в ЭИОС университета ([eios.ggpi.org](http://eios.ggpi.org)).

Методические рекомендации для работы с инвалидами и лицами с ОВЗ размещены в ЭИОС университета ([eios.ggpi.org](http://eios.ggpi.org)).

## **8. Материально-техническая база, программное обеспечение, необходимое для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Учебный корпус 1, аудитории(я) 229, 235, 237.

Полный перечень материально-технической базы и программного обеспечения размещены в ЭИОС университета ([eios.ggpi.org](http://eios.ggpi.org)).

### 9. Рейтинг-план оценки успеваемости студентов

Дисциплина/ семестр	Объем аудиторной работы			Виды текущей аттестационной аудиторной и внеаудиторной работы	Максимальное (норматив) количество баллов	Поощрение	Штрафы	Итоговая форма отчета (мин. балл)
	лк	практ	КСР					
Математический анализ 2 семестр	16	32	6	1. Контроль посещаемости лекций 2. Контроль посещаемости практических занятий 3. Работа на практических занятиях 4. Контроль самостоятельной работы  <u>Контрольные мероприятия</u> 1. Контрольная работа 2. Тест  <u>Компенсационные мероприятия</u> 1. Письменное сообщение по темам практических занятий	16  32  80  6  30 30  4	+1 балл за дополнения; +3 балла за подготовку дополнительного методического материала	Не применяются	Допуск к зачёту с оценкой – 50%,  «автомат» при зачете с оценкой – 90%
ИТОГО					194 (без компенсации)			

Дисциплина/ семестр	Объем аудиторной работы			Виды текущей аттестационной аудиторной и внеаудиторной работы	Максимальное (норматив) количество баллов	Поощрение	Штрафы	Итоговая форма отчета (мин. балл)
	лк	практ	КСР					
Математический анализ 3 семестр	18	32	4	1. Контроль посещаемости лекций 2. Контроль посещаемости практических занятий 3. Работа на практических занятиях 4. Контроль самостоятельной работы  <u>Контрольные мероприятия</u> 1. Контрольная работа 2. Тест  <u>Компенсационные мероприятия</u> 1. Письменное сообщение по темам практических занятий	18  32  80  4  30 23  4	+1 балл за дополнения; +3 балла за подготовку дополнительного методического материала	Не применяются	Допуск к зачёту – 50%,  «автомат» при зачете – 70%
ИТОГО					187 (без компенсации)			

Дисциплина/ семестр	Объем аудиторной работы			Виды текущей аттестационной аудиторной и внеаудиторной работы	Максимальное (норматив) количество баллов	Поощрение	Штрафы	Итоговая форма отчета (мин. балл)
	лк	практ	КСР					
Математический анализ 4 семестр	32	32	8	1. Контроль посещаемости лекций 2. Контроль посещаемости практических занятий 3. Работа на практических занятиях 4. Контроль самостоятельной работы  <u>Контрольные мероприятия</u> 1. Контрольная работа 2. Тест  <u>Компенсационные мероприятия</u> 1. Письменное сообщение по темам практических занятий	32  32  80  8   30 30   4	+1 балл за дополнения; +3 балла за подготовку дополнительного методического материала	Не применяются	Допуск к экзамену – 50%,  «автомат» при экзамене – 90%
ИТОГО					212 (без компенсации)			

**Лист регистрации изменений и дополнений к РПД**  
(фиксируются изменения и дополнения перед началом учебного года,  
при необходимости внесения изменений на следующий год –  
оформляется новый лист изменений)

№ п.п.	Содержание изменения	Дата, номер протокола заседания кафедры. Подпись заведующего кафедрой	Дата, номер протокола заседания совета факультета. Подпись декана факультета
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

### 1. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации и послитогового контроля по дисциплине

1.1. Настоящий Фонд оценочных средств(ФОС) по дисциплине «Математический анализ» является неотъемлемым приложением к рабочей программе дисциплины «Математический анализ» (РПД). На данный ФОС распространяются все реквизиты утверждения, представленные в РПД по данной дисциплине.

1.2. Оценивание всех видов контроля(текущего, промежуточного, послитогового) осуществляется по 5-ти балльной шкале.

1.3. Результаты оценивания текущего контроля учитываются в рейтинге.

### 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными индикаторами достижения компетенций

Код компетенции	УК-1
Формулировка компетенции	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
Индикатор достижения компетенции	ИУК 1.1 Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение ИУК 1.2 Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности ИУК 1.3 Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений

Код компетенции	ПК-1
Формулировка компетенции	Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач
Индикатор достижения компетенции	ИПК 1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета) ИПК 1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ИПК 1.3 Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные

Код компетенции	ПК-3
Формулировка компетенции	Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных

	результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов
Индикатор достижения компетенции	ИПК 3.1 Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.) ИПК 3.2 Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности

### 3. Содержание оценочных средств текущего контроля и критерии их оценивания

3.1. Текущий контроль осуществляется преподавателем дисциплины при проведении занятий в следующих формах: контрольная работа, тест.

3.2. Формы текущего контроля и критерии их оценивания.

#### Форма контроля 1 - Типовые тестовые задания.

Типовой тест 1.

Проверяемые компетенции и индикаторы достижения компетенций: УК-1: ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3, ПК-1: ИПК-1.1., ИПК-1.2., ИПК-1.3; ПК-3: ИПК-3.1., ИПК-3.2.

Время выполнения заданий: 90 минут.

Критерии оценивания:

Процент выполнения заданий	Оценка
0 – 49	Неудовлетворительно
50 – 69	Удовлетворительно
70 – 89	Хорошо
90 – 100	Отлично

Тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов.

- Функция  $y = \frac{1}{\sqrt{x^3-1}}$  определена на промежутке ...  
а)  $(0; \infty)$ ; б)  $[0; \infty)$ ; в)  $(1; \infty)$ ; г)  $[1; \infty)$ .
- Функция  $y = \sqrt{x^2 + 1}$  определена на промежутке ...  
а)  $(-\infty; \infty)$ ; б)  $[0; \infty)$ ; в)  $(1; \infty)$ ; г)  $[1; \infty)$ .
- Каково множество значений функции  $y = -3e^{x^2}$ ?  
а)  $(-\infty; -3)$ ; б)  $(-\infty; -3]$ ; в)  $(-3; 0)$ ; г)  $(-3; 0]$ .
- Какое из перечисленных свойств относится к функции  $y = x \cos x$ ?  
а) функция является чётной;  
б) функция является нечётной;  
в) функция является функцией общего вида;  
г) функция является периодической.
- Функция  $y = \sqrt{x^2 + 4}$  на всей области определения является...  
а) неубывающей; б) невозрастающей;  
в) неотрицательной; г) неположительной.
- $\delta$ -окрестностью точки  $x_0$  называют множество всех действительных чисел  $x$ , которые удовлетворяют неравенству ...  
а)  $|x - x_0| \leq \delta$ ; б)  $|x - x_0| > \delta$ ; в)  $|x - x_0| < \delta$ ; г)  $|x - x_0| = \delta$ .
- Функцию  $\alpha(x)$  называют бесконечно малой при  $x$ , стремящемся к  $x_0$ , если ...  
а)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha(x) = a$ , где  $a \neq 0$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha(x) = 1$ ;





21. Для функции  $y = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ 1-x, & \text{при } x \geq 0; \end{cases}$  точка  $x = 0$  является...

- а) точкой непрерывности;
- б) точкой устранимого разрыва;
- в) точкой разрыва первого рода (скачка);
- г) точкой разрыва второго рода (бесконечного).

22. Приращение функции  $y = x^2$  в точке  $x_0 = 3$ , соответствующее приращению аргумента  $\Delta x = 0,1$ , равно ...

- а) 0,61;      б) 0,39;      в) 0,01;      г) 0,03.

23. Из данных утверждений выбрать то, которое является верным:

- а) функция дифференцируема в точке тогда и только тогда, когда непрерывна в ней;
- б) если функция непрерывна в точке, то она дифференцируема в ней;
- в) если функция дифференцируема в точке, то она непрерывна в ней;
- г) функция непрерывна в точке тогда и только тогда, когда дифференцируема в ней.

24. Производная функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  – это ...

- а) предел функции в точке  $x_0$ ;
- б) отношение приращения функции к приращению аргумента;

в)  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ;

- г) полусумма односторонних пределов, вычисленных в точке  $x_0$ .

25. Механический смысл производной состоит в том, что ...

- а) производная функции в точке равна тангенсу угла наклона касательной, проходящей через данную точку;
- б) производная скорости материальной точки по времени есть ускорение;
- в) приращение кривой под касательной, проведённой к данной кривой;
- г) скорость есть производная пути, пройденного материальной точкой, по времени.

26. Производная функции  $y = \sin x^2$  равна ...

- а)  $y' = 2 \sin x \cos x$ ;    б)  $y' = 2x \sin x$ ;    в)  $y' = 2x + \cos x^2$ ;    г)  $y' = 2x \cos x^2$ .

27. Производная функции  $y = \sin^2 x$  равна ...

- а)  $y' = 2 \sin x$ ;      б)  $y' = 2 \sin x$ ;      в)  $y' = 2 \cos x$ ;      г)  $y' = \cos^2 x$ .

28. Вторая производная функции  $y = -\frac{1}{x}$  равна ...

- а)  $y'' = -\frac{1}{x^4}$ ;      б)  $y'' = -\frac{6}{x^4}$ ;      в)  $y'' = -\frac{3}{x^4}$ ;      г)  $y'' = \frac{1}{x^4}$ .

29. Вторая производная функции  $y = (x-5)^2$  равна ...

- а)  $y'' = 2$ ;    б)  $y'' = 2x$ ;      в)  $y'' = -2$ ;      г)  $y'' = -10$ .

30. Материальная точка движется по следующему закону, выражающему зависимость пути от времени:  $s(t) = 2t^3 + t - 2$ . Каково будет ускорение этой точки в момент времени  $t_0 = 1$ ?

- а) 0;      б) 12;      в) 4;      г) 6.

Типовой тест 2.

Проверяемые компетенции и индикаторы достижения компетенций: УК-1: ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3, ПК-1: ИПК-1.1., ИПК-1.2., ИПК-1.3; ПК-3: ИПК-3.1., ИПК-3.2.

Время выполнения заданий: 90 минут.

Критерии оценивания:

Процент выполнения заданий	Оценка
0 – 49	Неудовлетворительно
50 – 69	Удовлетворительно
70 – 89	Хорошо
90 – 100	Отлично

Тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов.

1. Точка  $x_0$  называется точкой максимума функции, если ...

- а) существует такая  $\delta$ -окрестность данной точки, что для всех  $x \neq x_0$  из этой окрестности выполняется неравенство  $f(x) > f(x_0)$ ;
- б) существует такая  $\delta$ -окрестность данной точки, что для всех  $x \neq x_0$  из этой окрестности выполняется неравенство  $f(x) < f(x_0)$ ;
- в) для каждого значения  $x \in D(f)$  справедливо неравенство  $f(x) \leq f(x_0)$ ;
- г) для каждого значения  $x \in D(f)$  справедливо неравенство  $f(x) \geq f(x_0)$ .

2. Известно, что для некоторой функции на интервале  $(0; \infty)$  установлены следующие свойства:  $y > 0, y' > 0, y'' > 0$ . Какая из перечисленных элементарных функций удовлетворяет всем этим условиям?

- а)  $y = x^3$ ;    б)  $y = \sqrt{x}$ ;    в)  $y = \frac{1}{x}$ ;    г)  $y = \ln x$ .

3. Известно, что для некоторой функции на интервале  $(0; \infty)$  установлены следующие свойства:  $y > 0, y' > 0, y'' < 0$ . Какая из перечисленных элементарных функций удовлетворяет всем этим условиям?

- а)  $y = x^3$ ;    б)  $y = \sqrt{x}$ ;    в)  $y = \frac{1}{x}$ ;    г)  $y = \ln x$ .

4. Известно, что для некоторой функции на интервале  $(0; \infty)$  установлены следующие свойства:  $y > 0, y' < 0, y'' > 0$ . Какая из перечисленных элементарных функций удовлетворяет всем этим условиям?

- а)  $y = x^3$ ;    б)  $y = \sqrt{x}$ ;    в)  $y = \frac{1}{x}$ ;    г)  $y = \ln x$ .

5. Дана функция  $y = x^4 + 8x^3 + 18x^2 - 3$ . На промежутке  $[-5; -3]$  данная функция ...

- а) возрастает, и её график вогнутый;
- б) возрастает, и её график выпуклый;
- в) убывает, и её график вогнутый;
- г) убывает, и её график выпуклый.

6. Указать, чему равно наибольшее значение функции  $y = \sqrt{x^2 - 1}$  на отрезке  $[1; 3]$ .

- а)  $2\sqrt{2}$ ;    б)  $\sqrt{2}$ ;    в) 4;    г) 8.

7. Указать, чему равно наибольшее значение функции  $y = \sin x$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ .

- а) 0;    б)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ;    в) 1;    г)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

8. Функцию  $F(x)$  называют первообразной функции  $f(x)$  на некотором промежутке, если в каждой точке этого промежутка справедливо равенство...

- а)  $f'(x) = F(x)$ ;    б)  $\int F(x)dx = f(x) + C$ ;
- в)  $F'(x) = f(x)$ ;    г)  $\int dF(x) = F(x)$ .

9. Среди заданных функций укажите ту, производная которой имеет вид

$$y' = -(10x + \sin x):$$

$$\text{а) } y = \cos x - 5x^2;$$

$$\text{б) } y = \sin x - 5x^2;$$

$$\text{в) } y = \sin x - 10;$$

$$\text{г) } y = \cos x - 10x.$$

10. Свойством неопределенного интеграла **не является** равенство ...

$$\text{а) } \int a f(x) dx = a \int f(x) dx;$$

$$\text{б) } \left( \int f(x) dx \right)' = f(x);$$

$$\text{в) } \int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx;$$

$$\text{г) } \int (f(x) \cdot g(x)) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$$

11. Интеграл от простейшей рациональной дроби первого типа  $\int \frac{A}{x-a} dx$ , где  $A$  и  $a$  — действительные числа, равен ...

$$\text{а) } A \ln |x-a| + C;$$

$$\text{б) } -\frac{A}{2}(x-a)^{-2} + C;$$

$$\text{в) } A \ln(x-a) + C;$$

$$\text{г) } A \ln |x| - \frac{A}{a} x + C.$$

12. Укажите среди перечисленных утверждений верное:

а) если функция монотонна на некотором интервале, то она интегрируема на нём;

б) если функция дифференцируема на некотором интервале, то она имеет на нём первообразную;

в) если функция дифференцируема на некотором интервале, то её первообразная выражается в элементарных функциях;

г) если функция определена на интервале, то она интегрируема на нём.

13. Укажите среди перечисленных вариантов ответа общий вид первообразных функции  $y = \frac{1}{2} \sin 2x$ :

$$\text{а) } y = -\frac{1}{4} \cos 2x + C;$$

$$\text{б) } y = -\frac{1}{4} \cos x + C;$$

$$\text{в) } y = \frac{1}{4} \cos x + C;$$

$$\text{г) } y = \frac{1}{4} \cos 2x + C.$$

14. Неопределённый интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$  равен...

$$\text{а) } \frac{1}{3\sqrt[3]{x}} + C;$$

$$\text{б) } \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + C;$$

$$\text{в) } 3\sqrt[3]{x} + C;$$

$$\text{г) } -\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + C.$$

15. Неопределённый интеграл  $\int 3^{3x} dx$  равен:

$$\text{а) } \frac{3^{3x} \ln 3}{3} + C;$$

$$\text{б) } \frac{3 \cdot 3^{3x}}{\ln 3} + C;$$

$$\text{в) } \frac{3^{3x}}{3 \ln 3} + C;$$

$$\text{г) } 3^{3x+1} \cdot \ln 3 + C.$$

16. Интеграл  $\int \frac{x dx}{x^2 + 1}$  равен ...

$$\text{а) } \arctg x + C;$$

$$\text{б) } \frac{1}{2} \ln |x^2 + 1| + C;$$

$$\text{в) } \ln |x^2 + 1| + C;$$

$$\text{г) } (x^2 + 1)^{-2} + C.$$

17. Неопределённый интеграл  $\int x \cdot e^x dx$  равен ...

- а)  $x \cdot e^x + e^x + C$ ;      б)  $x \cdot e^x - x + C$ ;      в)  $x \cdot e^x + C$ ;      г)  $x \cdot e^x - e^x + C$ .

18. Значение определённого интеграла  $\int_a^b f(x)dx$  зависит от ...

- а) способа разбиения отрезка  $[a; b]$ ;  
 б) длины частичных отрезков  $\Delta x_i$ ;  
 в) выбора точек  $c_i$  в каждом отрезке;  
 г) длины отрезка интегрирования.

19. Формула интегрирования по частям в определённом интеграле имеет вид ...

- а)  $\int_a^b u dv = uv - \int_a^b v du$ ;      б)  $\int_a^b u dv = \int_a^b u dx \cdot \int_a^b dv$ ;  
 в)  $\int_a^b u dv = uv|_a^b - \int_a^b v du$ ;      г)  $\int_a^b u dv = uv|_a^b + \int_a^b v du$ .

20. В определённом интеграле замена переменной осуществляется по формуле

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)dt, \text{ где функция } \varphi(t) \dots$$

- а) непрерывна на  $[\alpha; \beta]$ ;      б) ограничена на  $[\alpha; \beta]$ ;  
 в) дифференцируема на  $[\alpha; \beta]$ ;      г) имеет непрерывную производную на  $[\alpha; \beta]$ .

21. Определённый интеграл  $\int_{-1}^1 x^2 dx$  равен ...

- а) 0;      б)  $-\frac{2}{3}$ ;      в)  $\frac{2}{3}$ ;      г) 1.

22. Определённый интеграл  $\int_{-1}^1 \sin x dx$  равен ...

- а) 0;      б)  $-\frac{2}{3}$ ;      в)  $\frac{2}{3}$ ;      г) 1.

23. Значение определённого интеграла  $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}dx$  равно ...

- а) 0;      б)  $\frac{\sqrt{8}-1}{3}$ ;      в) 2;      г) 1.

Типовой тест 3.

Проверяемые компетенции и индикаторы достижения компетенций: УК-1: ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3, ПК-1: ИПК-1.1., ИПК-1.2., ИПК-1.3; ПК-3: ИПК-3.1., ИПК-3.2.

Время выполнения заданий: 90 минут.

Критерии оценивания:

Процент выполнения заданий	Оценка
0 – 49	Неудовлетворительно
50 – 69	Удовлетворительно
70 – 89	Хорошо
90 – 100	Отлично

Тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов.

1. Площадь плоской фигуры, ограниченной снизу прямой  $y = a$ , сверху – прямой  $y = b$ , слева – осью  $Ox$ , справа – непрерывной кривой  $x = \varphi(y)$  вычисляется по формуле...

а)  $S = \int_a^b \varphi(y) dx$ ;    б)  $S = \int_b^a \varphi(y) dy$ ;    в)  $S = \int_a^b \varphi(y) dy$ ;    г)  $S = -\int_a^b \varphi(y) dy$ .

2. Площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 0, x = 0, y = \cos x$ , равна ...

а) 0;    б)  $\frac{\pi}{2}$ ;    в) 1;    г)  $\pi$ .

3. Площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = \sqrt[3]{x}$  и прямыми  $y = 1, x = 1, x = 8$ , задаётся интегралом ...

а)  $\int_1^8 (x^3 - 1) dx$ ;    б)  $\int_0^8 (\sqrt[3]{x} - 1) dx$ ;    в)  $\int_1^8 (1 - \sqrt[3]{x}) dx$ ;    г)  $\int_1^8 (\sqrt[3]{x} - 1) dx$ .

4. Вычисление длины дуги кривой (заданной в параметрической форме)  $x = \frac{1}{3}t^3 - t$ ,

$y = t^2 + 2$  от  $t = 1$  до  $t = 4$  сводится к следующему интегралу ...

а)  $\int_1^4 \left( \frac{1}{3}t^3 - t \right) dt$ ;    б)  $\int_1^4 (t^2 + 2) dt$ ;  
в)  $\int_1^4 \left( (t^2 + 2) - \left( \frac{1}{3}t^3 - t \right) \right) dt$ ;    г)  $\int_1^4 \sqrt{(t^2 - 1)^2 + 4t^2} dt$ .

5. Функцией двух переменных называют ...

- а) сумму двух функций, зависящих от различных переменных;
- б) композицию двух функций, зависящих от различных переменных;
- в) соответствие между упорядоченной парой и действительным числом, при котором каждой упорядоченной паре ставится в соответствие единственное действительное число;
- г) соответствие между точками двумерного пространства, при котором каждой точке ставится в соответствие единственная точка данного пространства.

6. С геометрической точки зрения областью определения функции двух переменных  $z = f(x, y)$  является ...

- а) промежуток или объединение промежутков;
- б) часть плоскости  $xOy$ ;
- в) поверхность;
- г) пространственное тело.

7. Частную производную функции двух переменных находят ...

- а) с помощью специальной формулы;
- б) дифференцированием каждой переменной и суммированием получившихся результатов;
- в) дифференцированием по выбранной переменной, считая другую переменную за постоянную величину;
- г) с помощью интегрирования по выбранной переменной.

8. Полный дифференциал функции двух переменных  $z = f(x, y)$  вычисляется по формуле:

а)  $dz = z'_x dx \cdot z'_y dy$ ;    б)  $dz = z'_x + z'_y$ ;  
в)  $dz = z'_x dy + z'_y dx$ ;    г)  $dz = z'_x dx + z'_y dy$ .

9. Для функции двух переменных вычислены частные производные второго порядка. Сколько будет различных частных производных?

а) 2;    б) 3;    в) 4;    г) 6.

10. Частная производная первого порядка по переменной  $x$  функции двух переменных  $z = \frac{1}{x^2 + y^2}$  равна ...

$$\text{а) } z'_x = \frac{2x}{(x^2 + y^2)};$$

$$\text{б) } z'_x = -\frac{2x}{(x^2 + y^2)};$$

$$\text{в) } z'_x = -\frac{2y}{(x^2 + y^2)};$$

$$\text{г) } z'_x = \frac{2y}{(x^2 + y^2)}.$$

11. Частная производная первого порядка по переменной  $y$  функции двух переменных  $z = e^{xy}$  равна:

$$\text{а) } z'_y = ye^{xy};$$

$$\text{б) } z'_y = -ye^{xy};$$

$$\text{в) } z'_y = xe^{xy};$$

г)

$$z'_y = -xe^{xy}.$$

12. Частная производная первого порядка по  $x$  функции двух переменных  $z = \ln xy$  равна:

$$\text{а) } z'_x = \frac{x}{y};$$

$$\text{б) } z'_x = \frac{y}{x};$$

$$\text{в) } z'_x = \frac{1}{y};$$

$$\text{г) } z'_x = \frac{1}{x}.$$

13. Частная производная второго порядка по переменной  $x$  функции двух переменных  $z = \sin xy$  равна ...

$$\text{а) } z''_{xx} = -2y \sin xy;$$

$$\text{б) } z''_{xx} = -2x \sin xy;$$

$$\text{в) } z''_{xx} = -x^2 \sin xy;$$

$$\text{г) } z''_{xx} = -y^2 \sin xy.$$

14. Частная производная второго порядка по переменной  $y$  функции двух переменных  $z = \sin xy$  равна:

$$\text{а) } z''_{yy} = -2x \sin xy; \quad \text{б) } z''_{yy} = -2y \sin xy; \quad \text{в) } z''_{yy} = -x^2 \sin xy; \quad \text{г) } z''_{yy} = -y^2 \sin xy.$$

15. Смешанные частные производные второго порядка функции  $z = x^2 y^3$  равны:

$$\text{а) } z''_{xy} = 6xy^2;$$

$$\text{б) } z''_{xy} = 12xy;$$

$$\text{в) } z''_{xy} = 6xy;$$

$$\text{г) } z''_{xy} = 6x^2 y^2.$$

16. Свойством двойного интеграла не является утверждение ...

а) интеграл суммы равен сумме интегралов;

б) константу можно выносить за знак интеграла;

в) интеграл произведения равен произведению интегралов;

г) если область можно разбить на две области, имеющие только общую границу, то интеграл по исходной области равен сумме интегралов по каждой из областей разбиения.

17. Значение интеграла  $\int_1^3 dy \int_0^{\ln y} e^x dx$  равно ...

$$\text{а) } 4$$

$$\text{б) } 2$$

$$\text{в) } 5$$

$$\text{г) } -2.$$

18. Площадь ограниченной области плоскости  $Oxy$  находится по формуле ...

$$\text{а) } \iint_D x dy;$$

$$\text{б) } \iint_D x^2 dx dy;$$

$$\text{в) } \iint_D y^2 dx dy;$$

$$\text{г) } \iint_D xy dx dy.$$

19. Какая из перечисленных ниже формул является формулой  $n$ -го члена ряда  $1 - 2 + 4 - 8 + \dots$ ?

$$\text{а) } a_n = (-1)^n \cdot 2^{n-1};$$

$$\text{б) } a_n = -2^{n-1};$$

$$\text{в) } a_n = -2^n;$$

$$\text{г) } a_n = (-1)^{n-1} \cdot 2^{n-1}.$$

20. 5-й член ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$  равен ...

$$\text{а) } \frac{5}{6};$$

$$\text{б) } -\frac{5}{6};$$

$$\text{в) } \frac{6}{5};$$

$$\text{г) } -\frac{6}{5}.$$

21. Частичная сумма  $S_4$  ряда  $-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \dots$  равна ...

- а)  $\frac{5}{8}$ ;                      б)  $-3$ ;                      в)  $-\frac{5}{8}$ ;                      г)  $3$ .

22. Какое из перечисленных утверждений является верным?

- а) “если предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  равен нулю, то ряд сходится”;  
 б) “если предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  равен нулю, то ряд расходится”;  
 в) “если ряд расходится, то предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  не равен нулю”;  
 г) “если ряд сходится, то предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  равен нулю”.

23. Если при исследовании ряда на сходимость по признаку Даламбера установлено, что  $\frac{a_{n+1}}{a_n} \rightarrow \infty$ , это означает, что ...

- а) ряд сходится;  
 б) ряд расходится;  
 в) ряд может, как сходиться, так и расходиться;  
 г) вопрос о сходимости остаётся открытым.

24. Пусть даны два ряда (1)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ . Какое из перечисленных

утверждений является верным?

- а) Если сходится ряд (1), то сходится и ряд (2).  
 б) Если сходится ряд (2), то сходится и ряд (1).  
 в) Если расходится ряд (2), то расходится и ряд (1).  
 г) Ряды (1) и (2) всегда ведут себя одинаково в смысле сходимости.

25. Ряд называют абсолютно сходящимся, если...

- а) ряд, составленный из модулей, расходится, а исходный ряд сходится;  
 б) ряд, составленный из модулей, сходится, а исходный ряд расходится;  
 в) ряд, составленный из модулей, сходится;  
 г) члены ряда можно переставлять местами.

26. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n^4 - 1} \dots$

- а) сходится условно;                      в) расходится;  
 б) сходится абсолютно;                      г) ни сходится, ни расходится.

27. Какой из данных рядов является степенным?

- а)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^6$ ;                      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^5}$ ;                      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos x}{n^3}$ ;                      г)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2nx^n$ .

28. Если  $R$  – радиус сходимости степенного ряда, то интервалом сходимости этого ряда будет множество точек, определяемых неравенством ...

- а)  $|x| > R$ ;                      б)  $|x| < R$ ;                      в)  $x < R$ ;                      г)  $|x| \leq R$ .

29. Областью сходимости ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} 5^n x^n$  является промежуток...

- а)  $(-1; 1)$ ;                      б)  $[-1; 1]$ ;                      в)  $\left(-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}\right)$ ;                      г)  $\left[-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}\right]$ .

30. Функция  $f(x) = \sin 2x$  может быть разложена в степенной ряд...

- а)  $1 + 2x + \frac{4x^2}{2!} + \frac{8x^3}{3!} + \dots$ ;                      в)  $2x - \frac{8x^3}{3} + \frac{32x^5}{5} - \dots$ ;  
 б)  $1 - \frac{4x^2}{2!} + \frac{16x^4}{4!} + \dots$ ;                      г)  $2x - \frac{8x^3}{3!} + \frac{32x^5}{5!} - \dots$ .

**Форма контроля 2–Типовая контрольная работа.**

Типовая контрольная работа 1.

Проверяемые компетенции и индикаторы достижения компетенций: УК-1: ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3, ПК-1: ИПК-1.1., ИПК-1.2., ИПК-1.3; ПК-3: ИПК-3.1., ИПК-3.2.

Время выполнения заданий: 60 минут.

Критерии оценивания: обучающимся предлагаются для решения шесть задач.

Для получения оценки «отлично» необходимо решить 5 – 6 задач.

Для получения оценки «хорошо» необходимо решить 4 задачи.

Для получения оценки «удовлетворительно» необходимо решить 3 задачи.

1. Найдите область определения функции  $y = \lg(5-x) - \frac{7}{\sqrt{x+3}}$ .
2. Вычислите предел функции: а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\sin x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4}$ .
3. Исследуйте на непрерывность и установите характер точек разрыва функции 
$$f(x) = \begin{cases} 1-x & \text{при } x < 0, \\ 0 & \text{при } x = 0; \\ x-1 & \text{при } x > 0. \end{cases}$$
4. Составьте уравнения касательной и нормали, проведенных к графику функции  $y = 3x - \ln x$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .
5. Найдите производную второго порядка и дифференциал функции  $y = \cos^2 \frac{x}{2}$ .
6. Прямолинейное движение материальной точки описывается уравнением  $s(t) = 2 \cos 3t$  ( $s$  – в метрах,  $t$  – в секундах). Найдите скорость и ускорение точки в момент времени  $t_0 = \frac{\pi}{3}$  с.

Типовая контрольная работа 2.

Проверяемые компетенции и индикаторы достижения компетенций: УК-1: ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3, ПК-1: ИПК-1.1., ИПК-1.2., ИПК-1.3; ПК-3: ИПК-3.1., ИПК-3.2.

Время выполнения заданий: 90 минут.

Критерии оценивания: обучающимся предлагаются для решения шесть задач.

Для получения оценки «отлично» необходимо решить 5 – 6 задач.

Для получения оценки «хорошо» необходимо решить 4 задачи.

Для получения оценки «удовлетворительно» необходимо решить 3 задачи.

1. Используя правило Лопиталя, вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x - x}$ .
2. Найдите точки экстремума и точки перегиба функции  $y = x^4 - 6x^2 - 12$ .
3. Исследуйте функцию  $y = \frac{2x}{(x-2)^2}$  и постройте её график.
4. Вычислите неопределенный интеграл  $\int \frac{1-6x+4x^2}{x^2} dx$ .
5. Вычислите неопределенный интеграл  $\int (x-7) \sin x dx$ .
6. Вычислите определенный интеграл  $\int_1^4 \frac{dx}{(1+2x)^2}$ .

Типовая контрольная работа 3.

Проверяемые компетенции и индикаторы достижения компетенций: УК-1: ИУК-1.1, ИУК-



1.2, ИУК-1.3, ПК-1: ИПК-1.1., ИПК-1.2., ИПК-1.3; ПК-3: ИПК-3.1., ИПК-3.2.

Время выполнения заданий: 60 минут.

Критерии оценивания: обучающимся предлагаются для решения шесть задач.

Для получения оценки «отлично» необходимо решить 5 – 6 задач.

Для получения оценки «хорошо» необходимо решить 4 задачи.

Для получения оценки «удовлетворительно» необходимо решить 3 задачи.

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 + 2$ ,  $y = 1 - x^2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .

2. Удовлетворяет ли функция  $f(x; y) = x \cdot e^{\frac{y}{x}}$  уравнению  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ ?

3. Вычислите двойной интеграл  $\iint_D x dx dy$ , где область  $D$  ограничена линиями  $xy = 6$ ,  $x + y - 7 = 0$ .

4. Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд  $\sum_1^{\infty} (-1)^n \frac{1}{4n+3}$ .

5. Найдите радиус и интервал сходимости степенного ряда  $\sum_0^{\infty} \frac{2n+1}{2^n} x^n$ .

6. Разложите в ряд Маклорена функцию  $f(x) = x^2 e^{-2x}$ .

3.3. Методические указания по проведению процедуры текущего контроля

1. Текущий контроль проводится на протяжении всего семестра.
2. Сбор, обработка и оценивание результатов текущего контроля проводятся преподавателем, ведущим дисциплину.
3. Предъявление результатов оценивания осуществляется в течение недели после проведения контрольного мероприятия.
4. Результаты текущего контроля учитываются в рейтинге по дисциплине.
5. Все материалы, полученные от обучающихся в ходе текущего контроля (контрольная работа, диктант, тест, организация дискуссии, круглого стола, доклад, реферат, отчет по лабораторной работе, отчет по педагогической практике и т.п.), должны храниться в течение текущего семестра на кафедрах.
6. Считать, что положительные результаты текущего контроля свидетельствуют об успешном процессе формирования указанных компетенций и индикаторов достижения компетенций (этапов формирования компетенций).

#### 4. Содержание оценочных средств промежуточной аттестации и критерии их оценивания

4.1. Промежуточная аттестация проводится в виде: зачета с оценкой (2 сем.), зачета (3 сем.) и экзамена (4 сем.).

4.2. Содержание оценочного средства. Проверяемые компетенции и индикаторы достижения компетенций: УК-1, ИУК 1.1, ИУК 1.2, ИУК 1.3, ПК-1, ИПК 1.1, ИПК 1.2, ИПК 1.3, ПК-3, ИПК 3.1, ИПК 3.2.

Примерные вопросы к зачету с оценкой

Семестр 2

1. Модуль действительного числа и его свойства.
2. Понятие функции. Примеры числовых функций. Способы задания функций.

Понятие сложной функции. Понятие обратной функции, её график.

3. Ограниченные и неограниченные функции. Чётные и нечётные функции.

Примеры.

4. Периодические функции. Монотонные функции. Примеры.

5. Определения предела функции в точке. Примеры. Теорема о единственности предела.

6. Предел функции на бесконечности. Предел последовательности. Примеры.

7. Свойства функций, имеющих предел.

8. Теоремы о предельном переходе в неравенствах.

9. Бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых и их следствия.

10. Теорема о связи функции, её предела и бесконечно малой.

11. Предел суммы, произведения и частного.

12. Бесконечно большие функции и их связь с бесконечно малыми. Примеры.

13. Первый замечательный предел. Примеры.

14. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Примеры.

15. Предел ограниченной монотонной последовательности. Пример.

16. Определение экспоненты. Число  $e$ .

17. Второй замечательный предел. Примеры.

18. Односторонние пределы.

19. Понятие непрерывной функции в точке. Примеры.

20. Арифметические операции над непрерывными функциями. Примеры.

21. Теорема о непрерывности сложной функции.

22. Точки разрыва и их классификация. Примеры.

23. Непрерывность монотонной функции.

24. Теорема о существовании обратной функции. Пример.

25. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

26. Задачи, приводящие к понятию производной.

27. Понятие производной. Дифференцируемость и производная.

28. Дифференцируемость и непрерывность. Пример.

29. Касательная и нормаль к графику функции. Пример.

30. Правила дифференцирования. Примеры.

31. Дифференцируемость сложной функции. Пример.

32. Дифференцируемость обратной функции. Пример.

33. Формулы дифференцирования. Таблица производных.

34. Логарифмическое дифференцирование. Примеры.

35. Производные высших порядков. Механический смысл второй производной.

Пример.

36. Понятие дифференциала. Геометрический и механический смысл дифференциала. Пример.

37. Правила и формулы нахождения дифференциала. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.

38. Дифференциалы высших порядков. Нарушение инвариантности формы дифференциала второго порядка.

Примерные вопросы к зачету

Семестр 3

1. Теорема Ферма.

2. Применение теоремы Ферма для нахождения наименьшего и наибольшего значений функции. Пример.

3. Теорема Ролля, её геометрическое истолкование.

4. Теорема Лагранжа. Геометрический смысл теоремы.

5. Применение теоремы Лагранжа к исследованию функций на монотонность.

Пример. Следствия теоремы.

6. Понятия максимума и минимума функции. Необходимые условия. Достаточные условия. Пример.

7. Понятия выпуклости и вогнутости графика функции. Достаточный признак выпуклости, вогнутости. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия перегиба. Пример.

8. Теорема Коши. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределенностей разного характера с помощью правила Лопиталя. Примеры.

9. Асимптоты и их нахождение. Примеры.

10. Полное исследование функции и построение её графика. Пример.

11. Первообразная функция и неопределенный интеграл.

12. Основные свойства неопределенного интеграла.

13. Таблица основных интегралов.

14. Внесение под знак дифференциала. Примеры.

15. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Примеры.

16. Замена переменной в неопределенном интеграле. Примеры.

17. Интегрирование рациональных функций. Примеры.

18. Интегрирование тригонометрических функций. Примеры.

19. Интегрирование некоторых иррациональных функций. Примеры.

20. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла.

21. Понятие определённого интеграла.

22. Необходимое и достаточное условия интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции. Интегрируемость монотонной ограниченной функции.

23. Основные свойства определённого интеграла.

24. Определённый интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

25. Интегрирование по частям в определённом интеграле.

26. Замена переменной в определённом интеграле.

Примерные вопросы к экзамену

Семестр 4

1. Вычисление площадей плоских фигур.

2. Вычисление длины дуги.

3. Вычисление объёмов тел по площадям поперечных сечений. Объём тела вращения.

4. Площадь поверхности вращения.

5. Несобственные интегралы первого рода — интегралы с бесконечными пределами интегрирования.

6. Несобственные интегралы второго рода — интегралы от неограниченных функций.

7. Понятие функции нескольких переменных. График функции двух переменных.

8. Предел и непрерывность функций нескольких переменных.

9. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных. Примеры.

10. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Примеры.

11. Касательная плоскость и нормаль.

12. Дифференцирование сложной функции. Примеры.

13. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков.

Примеры.

14. Определение двойного интеграла. Существование двойного интеграла.

15. Основные свойства двойного интеграла.

16. Вычисление двойных интегралов повторным интегрированием. Примеры.
17. Некоторые приложения кратных интегралов.
18. Понятие числового ряда. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Примеры.
19. Необходимый признак сходимости ряда. Сложение рядов и умножение ряда на число. Остаток ряда.
20. Критерий Коши. Необходимое и достаточное условия сходимости рядов с положительными членами.
21. Признаки сходимости положительных рядов: признаки сравнения, признаки Коши и Даламбера, интегральный признак.
22. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
23. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
24. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.
25. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
26. Задача разложения функции в степенной ряд. Теорема единственности. Необходимое и достаточное условия разложения функции в ряд Тейлора. Ряд Маклорена.
27. Разложение в степенной ряд функций  $y=e^x$ ,  $y=\sin x$ ,  $y=\cos x$ .
28. Разложение в ряд логарифмической функции. Разложение в ряд бинома.
29. Степенные ряды для функций  $y=\arcsin x$  и  $y=\arctg x$ .
30. Применения степенных рядов. Примеры.

#### Примерные задания к зачету с оценкой

##### Семестр 2

1. Решите неравенство  $|x - 5| - 9 < 0$ .
2. Решите уравнение  $\left| \frac{x}{2x-3} \right| = \frac{-x}{2x-3}$ .
3. Исследуйте на чётность, нечётность функцию  $y = x \sin 6x$ .
4. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{3-x} + \lg(x+5)$ .
5. Найдите множество значений функции  $y = 2 - |x|$ .
6. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^2 - 2x + 1}$ .
7. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{20 \cdot \ln(1+2x)}{\operatorname{tg} 8x}$ .
8. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 + 2x^4 + 2x^3 - x}{x^4 + x^2 + 1}$ .
9. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{7x}\right)^{21x}$ .
10. Исследуйте на непрерывность функцию  $f(x) = \frac{x^2+4}{x-1}$  и установите характер её точек разрыва.
11. Найдите  $y'$ , если  $y = \ln(2x^2 + 3)$ .
12. Вычислите производную функции  $y = x^{\sin x}$ .
13. Найдите дифференциал функции  $y = \ln \sqrt{1 + e^{4x}}$ .
14. Вычислите приближённо  $\sqrt[3]{0,991}$ .
15. Составьте уравнение касательной и нормали к параболе  $y = x^2$  в точке  $M(0,5; 1)$ .
16. Прямолинейное движение материальной точки описывается уравнением  $s(t) = 2 \cos 3t$  ( $s$  – в метрах,  $t$  – в секундах). Найдите скорость и ускорение точки в

момент времени  $t_0 = \frac{\pi}{3}$ с.

Примерные задания к зачёту

Семестр 3

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3$  на отрезке  $[-1; 2]$ .
2. Вычислите с помощью правила Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2-x)}{(1-x)^2}$ .
3. Исследуйте функцию  $y = \frac{2x}{1+x^2}$  на монотонность и экстремумы.
4. Исследуйте график функции  $y = 3\sqrt[3]{x^2} - 2x$  на выпуклость, вогнутость и точки перегиба.
5. Исследуйте функцию и постройте её график  $y = \frac{1}{x} + 4x^2$ .
6. Найдите неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{3-5x}$ .
7. Найдите неопределенный интеграл  $\int \sin^2 2x \cos x dx$ .
8. Найдите неопределенный интеграл  $\int \frac{3\sqrt{x+4x^2-5}}{2x^2} dx$ .
9. Найдите неопределенный интеграл  $\int x \sin 2x dx$ .
10. Найдите неопределенный интеграл  $\int \frac{x^2}{x-3} dx$ .
11. Вычислите определенный интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos^4 x dx$ .

Примерные задания к экзамену

Семестр 4

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{1}{x}$ ,  $x = -6$ ,  $x = -2$ ,  $y = 0$ .
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линией  $\rho = 4\cos 3\varphi$ .
3. Найдите объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями  $y=3\sin x$ ,  $y=0$ ,  $x=\frac{\pi}{2}$  вокруг оси  $Ox$ .
4. Найдите длину дуги линии  $y = 1 - \ln \cos x$  ( $0 \leq x \leq \pi/6$ ).
5. Найдите площадь поверхности, образованной вращением дуги кривой  $L: y = x^3/3$  ( $-1/2 \leq x \leq 1/2$ ) вокруг оси  $Ox$ .
6. Вычислите несобственный интеграл  $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx$  или докажите его расходимость.
7. Найдите область определения функции  $z = \arccos \frac{x}{2} + 4y$ .
8. Найдите  $z'_x$  и  $z'_y$  для функции  $z = \sin(x^2 - y^3)$ .
9. Найдите полный дифференциал функции  $z = x^3 - 2xy^2 + \sin x$ .
10. Покажите, что для функции  $z = x^2 \sin y$  верно равенство  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 3 \sin y$ .
11. Вычислите двойной интеграл  $\iint_D (x-y) dx dy$ ,  $D: x=0, y=0, x+y=2$ .

12. Поменяйте порядок интегрирования в интеграле  $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy$ .
13. С помощью двойного интеграла найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $xy = 6$ ,  $x + y - 7 = 0$ .
14. Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{1}{n^3 + 2}$ .
15. Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n!}$ .
16. Исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+1}{3n+1} \right)^{\frac{n}{2}}$ .
17. Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{2n^2 - 1}$ .
18. Найдите радиус и интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n7^n}$ .
19. Разложите в ряд Маклорена функцию  $f(x) = xe^{2x}$ .

#### 4.3. Критерии оценивания

Зачет выставляется по результатам рейтинга. Если обучающийся набрал недостаточное количество баллов, то он сдает зачет.

#### Шкала оценивания для зачета:

Уровни освоения индикаторов достижения компетенций	Основные признаки выделения уровня	Академическая оценка	% освоения (рейтинговая оценка)
Сформирован	Студент показал достаточно прочные знания основных положений учебной дисциплины, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи, предусмотренные рабочей программой, ориентироваться в рекомендованной справочной литературе, умеет правильно оценить полученные результаты.	Зачтено	50-100
Не сформирован	При ответе выявились существенные пробелы в знаниях основных положений учебной дисциплины, неумение с помощью преподавателя получить правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины.	Не зачтено	менее 50

Оценка за зачет с оценкой / экзамен выставляется с учетом рейтинга. Если обучающийся набрал недостаточное количество баллов или хочет повысить оценку, то обучающийся сдает зачет с оценкой / экзамен.

**Шкала оценивания для зачета с оценкой / экзамена:**

<b>Уровни освоения индикаторов достижения компетенций</b>	<b>Содержательное описание уровня</b>	<b>Основные признаки выделения уровня</b>	<b>Академическая оценка</b>	<b>% освоения (рейтинговая оценка)</b>
Повышенный (высокий)	Творческая деятельность	Включает нижестоящий уровень. Умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий.	Отлично	90-100
Базовый	Продуктивная деятельность	Включает нижестоящий уровень. Способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	Хорошо	70-89
Удовлетворительный	Репродуктивная деятельность	Изложение в пределах задач курса теоретического и практического материала.	Удовлетворительно	50-69
Недостаточный	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня		Неудовлетворительно	менее 50

**4.4. Методические указания по проведению процедуры промежуточной аттестации**

1. Сроки проведения процедуры оценивания: по расписанию экзаменов (зачета - на последнем занятии по предмету). Если обучающийся по результатам рейтинговой системы не набирает нужное количество баллов или желает повысить оценку, то сдает экзамен/ зачет согласно требованиям.

2. Сбор, обработка и оценивание результатов промежуточной аттестации проводится преподавателем, ведущим дисциплину.

3. Предъявление результатов оценивания осуществляется: по окончании ответа студента и фиксируется в зачетной книжке и экзаменационной ведомости.

4. При наличии письменных ответов обучающихся, полученных в ходе

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	
ИУК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение.	<p>1. <math>\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4} = \dots</math></p> <p>а) <math>\frac{3}{4}</math>;                                      б) <math>\infty</math>;</p> <p>в) 3;    г) 0.</p> <p>2. Для функции <math>y = \frac{1}{x^4 + 16}</math> точка <math>x = 2</math> является ...</p> <p>а) точкой бесконечного разрыва;</p> <p>б) точкой разрыва первого рода (со скачком);</p> <p>в) точкой непрерывности;</p> <p>г) точкой устранимого разрыва.</p> <p>3. Частная производная <math>f'_x(x, y)</math> функции <math>f(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy</math> равна...</p> <p>а) <math>3x^2 + 3y^2 - 3a</math>;                      б) <math>3x^2 - 3a</math>;</p> <p>в) <math>3x^2 + 3y^2 - 3ay</math>;                      г) <math>3x^2 - 3ay</math>.</p> <p>4. Значение определенного интеграла <math>\int_{-1}^1 \sin x \, dx</math> равно...</p> <p>а) 0;    б) <math>-\frac{2}{3}</math>;</p> <p>в) <math>\frac{2}{3}</math>;    г) 1.</p> <p>5. Если при исследовании ряда <math>\sum_{n=1}^{\infty} a_n</math> на сходимость по признаку Даламбера установлено, что <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0</math>, то это означает, что ...</p>



	<p>а) ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty} a_n</math> расходится;</p> <p>б) ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty} a_n</math> сходится;</p> <p>в) ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty} a_n</math> может, как сходиться, так и расходиться;</p> <p>г) вопрос о сходимости ряда <math>\sum_{n=1}^{\infty} a_n</math> остаётся открытым.</p>
<p>ИУК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.</p>	<p>6. Установите соответствие между условиями и свойствами функций:</p> <p>1. На отрезке <math>[a; b]</math> функция <math>f(x)</math> удовлетворяет условиям: <math>f(x) &lt; 0, f'(x) &lt; 0, f''(x) &lt; 0</math>.</p> <p>2. На отрезке <math>[a; b]</math> функция <math>f(x)</math> удовлетворяет условиям: <math>f(x) &lt; 0, f'(x) &gt; 0, f''(x) &lt; 0</math>.</p> <p>3. На отрезке <math>[a; b]</math> функция <math>f(x)</math> удовлетворяет условиям: <math>f(x) &lt; 0, f'(x) &lt; 0, f''(x) &gt; 0</math>.</p> <p>4. На отрезке <math>[a; b]</math> функция <math>f(x)</math> удовлетворяет условиям: <math>f(x) &lt; 0, f'(x) &gt; 0, f''(x) &gt; 0</math>.</p> <p>а) Функция <math>f(x)</math> на <math>[a; b]</math> отрицательна, возрастает, её график вогнутый.</p> <p>б) Функция <math>f(x)</math> на <math>[a; b]</math> отрицательна, возрастает, её график выпуклый.</p> <p>в) Функция <math>f(x)</math> на <math>[a; b]</math> отрицательна, убывает, её график вогнутый.</p> <p>г) Функция <math>f(x)</math> на <math>[a; b]</math> отрицательна, убывает, её график выпуклый.</p> <p>7. Установите соответствие между числовым рядом и формулой его общего члена:</p> <p>1. <math>1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots</math>;      2. <math>-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \dots</math>;</p> <p>3. <math>-1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \dots</math>;      4. <math>1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots</math>.</p> <p>а) <math>a_n = -\frac{1}{n}</math>;      б) <math>a_n = \frac{1}{n}</math>;</p> <p>в) <math>a_n = (-1)^n \frac{1}{n}</math>;      г) <math>a_n = (-1)^{n-1} \frac{1}{n}</math>.</p>

ИУК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.	<p>8. Найдите ошибку в решении следующей задачи: «Вычислите приближённо с точностью до сотых определённый интеграл <math>\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx</math>».</p> <p>Решение: <math>\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx = \int_0^1 \frac{x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots}{x} dx =</math>  <math>\int_0^1 \left(1 - \frac{x^2}{3} + \frac{x^4}{5} - \frac{x^6}{7} + \dots\right) dx =</math>  <math>= \int_0^1 dx - \int_0^1 \frac{x^2}{3} dx + \int_0^1 \frac{x^4}{5} dx - \int_0^1 \frac{x^6}{7} dx + \dots =</math>  <math>= x \Big _0^1 - \frac{x^3}{9} \Big _0^1 + \frac{x^5}{25} \Big _0^1 - \frac{x^7}{49} \Big _0^1 + \frac{x^9}{81} \Big _0^1 - \dots =</math>  <math>= 1 - \frac{1}{9} + \frac{1}{25} - \frac{1}{49} + \frac{1}{81} - \frac{1}{121} + \dots \approx 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \approx 0,89.</math>          Ответ: <math>\approx 0,89</math>.</p>
--	--

Ключ к тесту:

Номер вопроса	1	2	3	4	5	6	7
Номер правильного ответа	а	в	г	а	б	1-г 2-б 3-в 4-а	1-г 2-в 3-а 4-б

Ключ к практическому заданию 8:

Вычисление интеграла свелось к вычислению суммы знакопередающегося ряда. При этом погрешность вычислений не превосходит первого отброшенного члена по модулю. Значит, для достижения требуемой точности необходимо взять первые 5 членов:

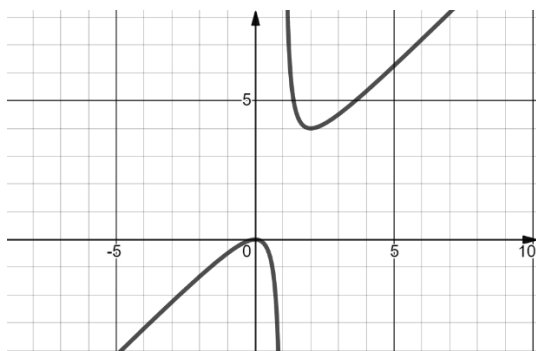
$$\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx \approx 1 - \frac{1}{9} + \frac{1}{25} - \frac{1}{49} + \frac{1}{81} \approx 0,92.$$

Время выполнения заданий: 30 минут.

ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	
ИПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	Исследуйте функцию $y = \frac{x^2}{x-1}$ и постройте её график.
ИПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности.	

Ключ к практическому заданию:

$D(f) = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ ; функция непрерывна на  $D(f)$ ,  $x_0 = 1$  – точка разрыва второго рода; функция общего вида; асимптоты:  $x = 1$ ,  $y = x + 1$ ; экстремумы:  $y_{\max}(0) = 0$ ,  $y_{\min}(2) = 4$ ; график функции выпуклый в  $(-\infty; 1)$ , вогнутый в  $(1; +\infty)$ , точек перегиба нет.



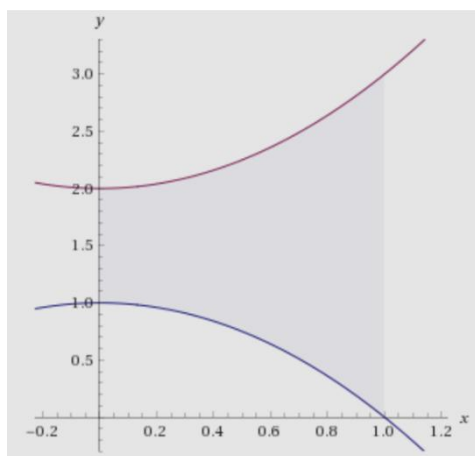
Время выполнения заданий: 30 минут.

ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	
ИПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).	1. Подберите среди основных элементарных функций такую функцию $y = f(x)$ , которая в интервале $(0; +\infty)$ обладает следующими свойствами: $y > 0, y' < 0, y'' > 0$ . Свой ответ обоснуйте.
ИПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	
ИПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.	2. Постройте фигуру, ограниченную линиями $y = x^2 + 2, y = 1 - x^2, x = 0, x = 1$ , и найдите её площадь.

Ключ к практическим заданиям:

1. По условию искомая функция, являющаяся одной из основных элементарных, в интервале  $(0; +\infty)$  должна обладать свойствами:  $y > 0, y' < 0, y'' > 0$ , а, следовательно, должна быть в интервале  $(0; +\infty)$  положительной, монотонно убывающей, с вогнутым графиком. Такими свойствами обладает степенная функция с целым отрицательным показателем  $y = \frac{1}{x^n}, \forall n \in \mathbb{N}$ , или показательная функция  $y = a^x$ , где  $0 < a < 1$ , или арккотангенс  $y = \text{arccotg } x$ .

$$2. S = \int_0^1 (x^2 + 2 - (1 - x^2)) dx = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx = \left( \frac{2x^3}{3} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}.$$



Критерии оценивания:

Каждый индикатор достижения компетенции оценивается в 10 баллов:

- Тестовое задание оценивается в 10 баллов (ответ на вопрос теста стоит 0 или 2 балла);
- Задания на соответствие оцениваются в 10 баллов (каждое оценивается 0-5 баллов)
  - 5 баллов – полностью правильно найденные соответствия;
  - 4 балла – три правильных соответствия;
  - 3 балла – два правильных соответствия;
  - 2 балла – одно правильно соответствие;
  - 1 балл – отсутствие правильных соответствий;
  - 0 баллов – не приступал к выполнению задания;
- Каждое практическое задание оценивается в 10 баллов:
  - 10 баллов – студент правильно выполнил предложенные задания на основе изученной теории, методов, приемов, технологий;
  - 8 баллов – студент способен применять полученные теоретические знания в практической деятельности, решать типичные задачи на основе воспроизведения стандартных алгоритмов, при выполнении заданий допускает незначительные ошибки;
  - 6 баллов – при выполнении задания допущены грубые ошибки;
  - 0 баллов – студент не выполнил задание.

Оценка зависит от процента выполнения всех заданий.

#### Шкала оценивания сформированности компетенции и индикаторов достижения компетенции

Уровни освоения индикатора(ов) достижений компетенций	Основные признаки выделения уровня	Академическая оценка	% выполнения всех заданий
Повышенный (высокий)	Включает нижестоящий уровень. Умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий.	Отлично	90-100
Базовый	Включает нижестоящий уровень. Способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из	Хорошо	70-89

	самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.		
Удовлетворительный	Изложение в пределах задач курса теоретического и практического контролируемого материала.	Удовлетворительно	50-69
Недостаточный	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня.	Неудовлетворительно	менее 50

Считать, что положительные результаты поститогового контроля свидетельствуют об успешном процессе формирования компетенции(ий) и индикатора(ов) достижения компетенции(ий) (этапа формирования компетенции). Если обучающийся получил оценку «неудовлетворительно», то считать компетенцию не сформированной на данном этапе. При получении оценок «удовлетворительно», «хорошо» или «отлично» считать, что проверяемая компетенция сформирована на достаточном уровне.

*Методические указания для проверки остаточных знаний*

1. Сроки проведения процедуры оценивания: по графику деканата.
2. Сбор, обработка и оценивание результатов поститогового контроля проводятся преподавателем по распоряжению деканата.
3. Предъявление результатов оценивания осуществляется в течение недели после проведения контрольного мероприятия, оформляется в виде отчета и хранится в деканате в течение всего срока обучения обучающегося.